

Singuläre Integrale

SS 2004 — Blatt 2

Abgabe: Do, 13.05.2004

Aufgabe 1

Beweisen Sie den Interpolationssatz von Marcinkiewicz (Satz 1.23 aus der Vorlesung) für $r = \infty$, d.h. beweisen Sie den folgenden Satz:

Satz: Sei $T : L^1(\mathbb{R}^d) + L^\infty(\mathbb{R}^d) \rightarrow \mathcal{M}(\mathbb{R}^d)$, wobei $\mathcal{M}(\mathbb{R}^d)$ die Menge der messbaren Funktionen ist, eine subadditive Abbildung. Sei T außerdem vom schwachen Typ $(1,1)$ und vom schwachen Typ (∞, ∞) . Dann ist T vom Typ (p,p) für alle $1 < p < \infty$ und

$$\|Tf\|_p \leq A_p \|f\|_p.$$

Bestimmen Sie auch die asymptotische Abhängigkeit von A_p für $p \rightarrow 1$ und $p \rightarrow \infty$.