

Singuläre Integrale

SS 2004 — Blatt 4

Abgabe: Mo, 21.06.2004

Aufgabe 1

Sei k ein Calderón-Zygmund-Kern (mit Exponent $1 < q < \infty$). Für $q' \leq p < \infty$ und alle $f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^d)$ gelte

$$\|T_*f\|_p \leq A_p \|f\|_p. \quad (1)$$

Beweisen Sie, dass dann (1) auch für alle $f \in L^p(\mathbb{R}^d)$ gilt. Zeigen Sie hierzu, dass $f \mapsto (T_*f)(x)$, $L^p(\mathbb{R}^d) \rightarrow [0, \infty]$ für alle $x \in \mathbb{R}^d$ unterhalbstetig ist, d.h. aus $f_n \rightarrow f$ in $L^p(\mathbb{R}^d)$ folgt

$$(T_*f)(x) \leq \liminf_n ((T_*f_n)(x)).$$