

Praktikum zur Vorlesung

Einführung in die Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen

WS 2010/11 — Blatt 1

PRAKTIKUMSAUFGABE

Abgabe: bis Montag, den 08.11.2010, per Mail an den Assistenten

Aufgabe 1

(4 Punkte)

Wir betrachten das Problem

$$\begin{aligned} -u'' &= f \quad \text{in } (0, 1), \\ u(0) &= u(1) = 0 \end{aligned}$$

zu einer gegebenen rechten Seite f .

Zur Diskretisierung verwenden wir eine äquidistante Unterteilung des Intervalls: seien $N > 0$, $h = \frac{1}{N}$ und $x_i = ih$ ($i = 0, 1, \dots, N$). Gesucht werden Näherungen an die Werte $u_i := u(x_i)$. Wir setzen entsprechend den vorgegebenen Randwerten $u_0 = u_N = 0$. Aus der Näherung

$$u''(x_i) \approx \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2}$$

ergibt sich das folgende lineare Gleichungssystem zur Bestimmung von $U = (u_1, u_2, \dots, u_{N-1})$:

$$\begin{aligned} AU &= F, \\ A &= \frac{1}{h^2} \text{tridiag}(-1, 2, -1), \\ F &= (f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_{N-1})). \end{aligned}$$

Die Matrix A ist symmetrisch und positiv definit. Zur Lösung des linearen Gleichungssystems soll das cg-Verfahren verwendet werden.

In der Datei `fem-praktikum/src/aufgaben/1/poisson1d.cc` finden Sie eine Implementierung des obigen Verfahrens. Lediglich das cg-Verfahren, das in der Datei `cg.hh` im selben Verzeichnis zu finden ist, muss noch implementiert werden. Verwenden Sie dazu die dort definierten Methoden für das Arbeiten mit Vektoren. Testen Sie Ihre Implementierung mit den Beispielproblemen. Sie können sich die Ergebnisse der Berechnung mit dem Programm `gnuplot` anzeigen lassen.

Die Übungsblätter finden Sie auf der Vorlesungshomepage unter

http://aam.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Teaching/ubungen/theonum_pde_WS10/