

Praktikum zur Vorlesung

## Einführung in die Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen

WS 2010/11 — Blatt 2

### PRAKTIKUMSAUFGABE

**Abgabe:** bis Montag, den 15.11.2010, per Mail an den Assistenten

#### **Aufgabe 2**

(4 Punkte)

Wir betrachten das Problem

$$\begin{aligned} -u'' &= f \quad \text{in } (a, b), \\ u(a) &= u_l, \quad u(b) = u_r \end{aligned}$$

zu einer gegebenen rechten Seite  $f$  und Randwerten  $u_l, u_r \in \mathbb{R}$ . Das Programm `fem-praktikum/src/aufgaben/2/poisson1d.cc` ist bereits um die korrekte Behandlung von Randwerten erweitert worden.

Wir verwenden weiter die Notation vom letzten Aufgabenblatt. Es seien aus dem numerischen Verfahren  $(x_i, u_i)_{i=0, \dots, N} \subset [a, b] \times \mathbb{R}$  gegeben, so dass  $u_i \approx u(x_i)$ ,  $i = 0, \dots, N$ . Wir definieren  $u_h \in C^0([a, b])$  durch lineare Interpolation

$$u_h(x)|_{[x_i, x_{i+1}]} = u_i + \frac{u_{i+1} - u_i}{h} (x - x_i) \quad (i = 0, \dots, N - 1),$$

und sind interessiert an der Abweichung in der  $L^2$ -Norm

$$\|u - u_h\|_2 = \left( \int_a^b (u(x) - u_h(x))^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Das Integral auf der rechten Seite kann im allgemeinen nur näherungsweise mithilfe von Quadraturformeln berechnet werden.

Zu zwei Gitterweiten  $h_1, h_2$  mit  $h_1 > h_2$  definieren wir desweiteren

$$EOC(h_1, h_2) = \frac{\log \|u - u_{h_1}\|_2 - \log \|u - u_{h_2}\|_2}{\log h_1 - \log h_2}.$$

Erweitern Sie das Programm `fem-praktikum/src/aufgaben/2/poisson1d.cc` an den angegebenen Stellen um die Auswertung von  $u_h$  und die Berechnung des  $L^2$ -Fehlers und der Größe  $EOC$ .

---

Die Übungsblätter finden Sie auf der Vorlesungshomepage unter

[http://aam.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Teaching/ubungen/theonum\\_pde\\_WS10/](http://aam.mathematik.uni-freiburg.de/IAM/Teaching/ubungen/theonum_pde_WS10/)