

**Einführung in Theorie und Numerik partieller  
Differentialgleichungen**

WS 2010/11 — Woche 12

**Abgabe: Montag, den 7. Februar, vor der Vorlesung**

**Aufgabe 1: höhere Regularität**

**15 Punkte**

Es sei  $\mathbb{R}_>^n := \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_n > 0\}$  der offene obere Halbraum im  $\mathbb{R}^n$  und  $\mathbb{R}_\geq^n := \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_n \geq 0\}$  der abgeschlossene obere Halbraum. Gegeben sei eine Funktion  $u \in W_0^{1,2}(\mathbb{R}_>^n)$  mit  $\Delta u \in L^2(\mathbb{R}_>^n)$  und  $\text{supp } u \subset\subset \mathbb{R}_\geq^n$ . Zeigen Sie, dass eine Konstante  $c > 0$  existiert, so dass gilt

$$\|u\|_{W^{2,2}(\mathbb{R}_\geq^n)} \leq c \|\Delta u\|_{L^2(\mathbb{R}_\geq^n)}.$$

**Bemerkung:** Orientieren Sie sich an der Vorlesung aber führen Sie alle Rechnungen detailliert aus, ohne auf analoge Resultate aus der Vorlesung zu verweisen!