Abteilung für Angewandte Mathematik 28.04.2016
Prof. Dr. M. Růžička, Hannes Eberlein

Modellierung

SS 2016 — Woche 2

Abgabe: Bis Mittwoch, den 04. Mai, 17:00 Uhr
im Fach von Andrea Korsch in der Bibliothek im RZ (2. Stock)

Aufgabe 1: **5 Punkte**

Suchen Sie in der Literatur die Werte der der folgenden Größen für (Fenster-) Glas, Ethanol und Helium bei $20°C$ und Normaldruck heraus: Dichte (in $kg \cdot m^{-3}$), Viskosität (in $Pa \cdot s$), kinematische Viskosität (in $m^2 \cdot s^{-1}$), Wärmeausdehnungskoeffizient (in K^{-1}), isothermaler Kompressibilitätskoeffizient (in Pa^{-1}) sowie den Wärmeleitkoeffizient (in $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$).

Aufgabe 2: **2 Punkte**

Zeigen Sie, dass der isothermale Kompressionskoeffizient β ebenfalls als Ableitung des Volumens $V(\theta, p) = \frac{m}{\rho(\theta,p)}$ (wobei m die konstante Masse ist) nach dem Druck dargestellt werden kann, d.h. zeigen Sie

$$\beta = -\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial p} \qquad \text{bei } \theta \text{ konstant.}$$

Zeigen Sie die entsprechende Aussage für den Wärmeausdehnungskoeffizienten α, d.h.

$$\alpha = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial \theta} \qquad \text{bei } p \text{ konstant.}$$

Aufgabe 3: (Levi-Civita-Symbol) **3 Punkte**

Das Levi-Civita-Symbol in 3 Dimensionen ist für $i, j, k \in \{1,\ 2,\ 3\}$ durch

$$\varepsilon_{ijk} := \begin{cases} +1 & \text{falls } (i,j,k) \text{ eine gerade Permutation von } (1,2,3) \text{ ist,} \\ -1 & \text{falls } (i,j,k) \text{ eine ungerade Permutation von } (1,2,3) \text{ ist,} \\ 0 & \text{falls mindestens zwei Indizes gleich sind,} \end{cases}$$

gegeben. Sei $\mathbf{F} = (F_i^j)_{i,j=1,\ldots,3} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ eine Matrix. Zeigen Sie für $r, m, p \in \{1,\ 2,\ 3\}$

$$\varepsilon_{rmp} \det \mathbf{F} = \sum_{q=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \varepsilon_{qjk}\, F_r^q\, F_m^j\, F_p^k.$$

Bemerkung: Mit dem Levi-Civita-Symbol lässt sich das Kreuzprodukt zweier Vektoren $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ durch $(\mathbf{u} \times \mathbf{v})_i = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\, u_j\, v_k$ darstellen.

Bitte beachten Sie, dass der neue Übungszettel der Woche 3 nur im Internet verfügbar ist (ab 04. Mai Abends).