Aufgabe 1 (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass die materielle Zeitableitung eines symmetrischen Tensors $\mathbf{T}$ genau dann objektiv ist, wenn $\mathbf{T}(t, \mathbf{X}) = \lambda(t, \mathbf{X})\mathbb{I}_3$ für eine skalare Funktion λ gilt.

Tipp: Verwenden Sie Aufgabe 1 und Aufgabe 2 von Blatt 8.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die Hauptinvarianten $I_1(\mathbf{A}), I_2(\mathbf{A}), I_3(\mathbf{A}) \in \mathbb{R}$ von $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ sind durch die Gleichung

$$\det(\lambda\mathbb{I}_3 + \mathbf{A}) = \lambda^3 + \lambda^2 I_1(\mathbf{A}) + \lambda I_2(\mathbf{A}) + I_3(\mathbf{A}) \qquad \text{für alle } \lambda \in \mathbb{R}$$

definiert. Zeigen Sie, dass

$$\begin{aligned}
I_1(\mathbf{A}) &= \operatorname{Spur}(\mathbf{A}), \\
I_2(\mathbf{A}) &= \frac{1}{2}\Big(\operatorname{Spur}(\mathbf{A})^2 - \operatorname{Spur}(\mathbf{A}^2)\Big), \\
I_3(\mathbf{A}) &= \det(\mathbf{A}).
\end{aligned}$$

Tipp: Verwenden Sie die Regel von Sarrus.