Abteilung für
Angewandte Mathematik

SS 2024
Dr. Alexei Gazca, Tatjana Stiefken

Praktische Übungen zu Numerik II

Projekt 4 – 27.05.2024

Abgabe: über **Ilias** bis Freitag, den 07.06.2024, 12:00 Uhr

---

Anmerkung: Die Aufgaben sind mit MatLab zu bearbeiten.

Projekt 1 (10 Punkte)**.** Bearbeiten Sie Anwendung 13.1 aus dem Buch 'Numerik 3x9':
Der Vektor $y = [y_0, y_1, \ldots, y_{n-1}]^\top \in \mathbb{R}^n$ sei definiert durch $y_j = \sin(2\pi j/n) + (1/10)\xi_j$, $j = 0, 1, \ldots, n-1$, wobei ξ_j für einen normalverteilten Zufallswert stehe, der mit `randn` (Matlab) generiert werden kann. Verwenden Sie die Routine `fft` (Matlab), um die Fourier-Transformierte $\beta \in \mathbb{C}^n$ zu bestimmen, und eliminieren Sie Koeffizienten β_k, für die

$$|\beta_k| \leq \theta \max_{l=0,1,\ldots,n-1} |\beta_l|$$

gilt, das heißt ersetzen Sie solche Koeffizienten durch Null. Verwenden Sie die Rücktransfromation `ifft` (Matlab), um einen Vektor $\tilde{y} \in \mathbb{C}^n$ zu erhalten. Interpretieren Sie die Vektoren $\tilde{y}$ als Werte einer Funktion und stellen Sie diese für $n = 256$ und verschiedene Werte von θ grafisch dar. Was beobachten Sie?
Welche Eigenschaft der Fourier-Transformation können Sie ausnutzen, wenn Sie wissen, dass die ys reell sind? Vereinfachen Sie Ihre Implementierung für eine reelle Fourier-Transformation.

Projekt 2 (10 Punkte)**.** (a) Illustrieren Sie grafisch die stückweise lineare Approximation der Funktion $f(x) = x^{1/2}$ auf dem Intervall $[0, 1]$ mit den Gitterpunkten

$$\text{(i) } x_i = i/n, \quad \text{(ii) } x_i = (i/n)^4$$

für $i = 0, 1, \ldots, n$ und $n = 2, 4, 8, 16$, indem Sie diese mit der Darstellung von f auf einem sehr feinen Gitter vergleichen.

(b) Schreiben Sie eine Routine zur Berechnung eines interpolierenden kubischen Splines mit natürlichen Randbedingungen. Testen Sie die Routine mit den Partitionierungen aus (a) für die Funktion $f(x) = \sin(2\pi x)$.
Erzeugen Sie jeweils aussagekräftige Grafiken.

(c) Kommentieren Sie Ihre Ergebnisse der letzten beiden Aufgabenteile. Was beobachten Sie?