Abteilung für
Angewandte Mathematik

M. Růžička
M. Stegemeyer

22. April 2025

Analysis II

SoSe 2025 — Blatt 0

https://aam.uni-freiburg.de/agru/lehre/ss25/ana2/index.html

Präsenzaufgabe

Bestimmen Sie, ob die folgenden Folgen und Reihen konvergieren. Bestimmen Sie bei Konvergenz den Grenzwert.

(a) $\dfrac{n^2+3n}{n\sqrt{n}+7n}$ (b) $(1+5\sqrt{n})\dfrac{\sqrt{n}^7+3n^2}{n^2(2n+6n^2)}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(n+1)\Big(\frac{2}{3}\Big)^n$ (d) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1+n}{2+n^2}$

Präsenzaufgabe

Auf Blatt 8 in Analysis I haben wir definiert, dass eine Funktion $f\colon I\to\mathbb{R}$ mit $I\subseteq\mathbb{R}$ ein Intervall *Lipschitz-stetig* heißt, falls es eine Konstante $L>0$ gibt mit $|f(x)-f(y)|\le L|x-y|$ für alle $x,y\in I$.

(a) Sei $I=[a,b]$ ein kompaktes Intervall. Zeigen Sie, dass eine stetig differenzierbare Funktion $f\colon I\to\mathbb{R}$ Lipschitz-stetig ist.

(b) Finden Sie eine Funktion $f\colon\mathbb{R}_{\ge 0}\to\mathbb{R}$, die gleichmäßig stetig ist, aber nicht Lipschitz-stetig ist.

Präsenzaufgabe

Sei $I\subseteq\mathbb{R}$ ein Intervall und $f_n\colon I\to\mathbb{R}$ eine Folge von stetigen Funkionen. Wir nehmen an, dass es ein $M>0$ gibt, so dass für alle $n\in\mathbb{N}$ und alle $x\in I$ gilt $|f_n(x)|\le M$. Weiter sei $\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ eine absolut konvergente Reihe in den reellen Zahlen. Zeigen Sie, dass die Funktionenfolge

$$g_n\colon I\to\mathbb{R},\quad g_n=\sum_{k=0}^{n}a_kf_k$$

gleichmäßig konvergiert.

Präsenzaufgabe

Sei $a>0$. Für welche $\alpha\in\mathbb{R}$ konvergieren die folgenden uneigentlichen Integrale?

(a) $\displaystyle\int_a^{\infty}\frac{\sin(x)}{x^{\alpha}}\,\mathrm{d}x$ (b) $\displaystyle\int_0^{a}\sin(x^{\alpha})\,\mathrm{d}x$