Abteilung für
Angewandte Mathematik

Prof. Dr. M. Růžička
T. Malkmus

11.01.2016

Praktische Übung zur Vorlesung

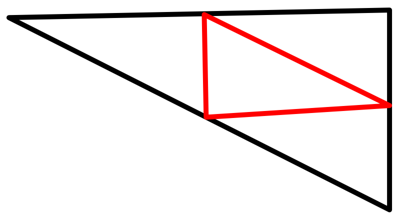
Einfühung in Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen

WS 2015/16 — Blatt 8

Abgabe: Monatg, den 18.01.2016, via Email an den Assistenten

Aufgabe 1 (Rot-Verfeinerung) (4 Punkte)

Sei $\mathcal{T}_h$ eine gegeben Triangulierung. Bei der sogenannte Rot-Verfeinerung wird auf jeder Kantenmittelpunkt im Gitter als neuer Eckpunkt hinzugefügt. Aus jedem Ursprungsreick T entstehen, wie in der Abbildung gezeigt, 4 neue Dreieck. Implementieren Sie diese Verfeinerungstechnick und testen Sie diese indem Sie ausgehend von *mesh1* auf 8 weiteren Verfeinerungen den Fehler des Problems von Blatt 7, Aufgabe 2 bestimmen.



Aufgabe 2 (Warum sind Gullideckel rund?) (4 Punkte)

Zu $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ sei $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ |x| + |y| < 1 \ , \ \arctan(y/x) < \alpha\}$ gegeben. Betrachten Sie das homogene Poisson Problem:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= 0 \qquad \text{in } \Omega \\ u &= g \qquad \text{auf } \partial\Omega \end{aligned}$$

mit $g(x,y) = r(x,y)^\lambda \sin\big(\lambda \arctan(y/x)\big)$, $\lambda = \frac{\pi}{\alpha}$ und $r(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$. Bestimmen Sie die approximative Lösung u_h zu obigem Problem mit dem Finite-Elemente-Verfahren erster Ordnung. Berechnen Sie die experimentelle Konvergenzordnung:

$$EOC_{i+1} := \frac{e_i/e_{i+1}}{h_i/h_{i+1}} \tag{1}$$

wobei e_i der H^1 fehler auf Gitter $\mathcal{T}_i$ mit Gitterweite h_i ist. Begründen Sie die Reduktion der experimentellen Konvergenzordnung. Beantworten Sie die Frage 'Warum Gullideckel meistens rund sind?'

Hinweis: Beispiel Gitter für dieses Problem finden Sie auf der Praktikumshomepage.