

Praktische Übung zur Vorlesung
**Einführung in Theorie und Numerik partieller
Differentialgleichungen**

WS 2015/16 — Blatt 10

Abgabe: Dienstag, den 08.02.2016, via Email an den Assistenten

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Sei $\Omega = [0, 1]^2$ zulässig mit dem Gitter \mathcal{G}_h trianguliert. Sei zu gegebenen Funktionen f und g , $u \in H^s(\Omega)$ mit $s > 1$ die schwache Lösung des Problems:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f && \text{in } \Omega \\ u &= g && \text{auf } \partial\Omega . \end{aligned} \tag{1}$$

Sei weiter $u_h \in X_h^k$, $k \geq 1$, die diskrete Lösung des Problems: (1). Es gilt die Fehlerabschätzung:

$$\|u - u_h\|_{H^1(\Omega)} \leq ch^{\min(s-1, k)} \|u\|_{H^s(\Omega)} .$$

Verifizieren Sie die Fehlerabschätzung. Bestimmen Sie dazu f , g und α , so dass für die schwache Lösung gilt:

$$u(x) = |x|^\alpha \in H^s(\Omega)$$

mit $s \leq k + 1$. Berechnen Sie den EOC für $k = 1, 2$.