

Analysis I

WS 2017/18 — Woche 3

Präsenzaufgabe:

Betrachte die folgende **falsche** Behauptung:

Behauptung:

In jedem Sack Erbsen gibt es entweder nur gelbe oder nur nichtgelbe Erbsen.

“Beweis” mit vollständiger Induktion über die Anzahl n der Erbsen im Sack:

Der Induktionsanfang $n = 1$ ist trivial. Nehmen wir im Induktionsschritt aus einem Sack mit $n \geq 1$ Erbsen eine Erbse e heraus (ohne sie anzusehen), so sind die restlichen $n - 1$ Erbsen nach Induktionsannahme alle gelb oder alle nichtgelb. Um diesen Farbton festzustellen, entnehmen wir dem Sack eine weitere Erbse g und legen die Erbse e wieder in den Sack. Der Sack enthält also wieder $n - 1$ Erbsen, die nach Induktionsannahme entweder alle gelb oder alle nichtgelb sind. Also ist e genau dann gelb wenn auch g gelb ist. Der Induktionsbeweis ist beendet. \square

Wo liegt der Fehler im Beweis?

Aufgabe 1: (8 Punkte)

Man beweise:

- (a) Die Menge $M := \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0, x^2 < 2\}$ hat ein Supremum in \mathbb{R} .
- (b) Sei $s := \sup(M)$ das Supremum aus (a). Es gilt $s^2 = 2$.
- (c) Die Menge $N := \{x \in \mathbb{Q} \mid x > 0, x^2 < 2\}$ hat eine obere Schranke in \mathbb{Q} , aber kein Supremum in \mathbb{Q} . (*Hinweis:* Aufgabe 3, Blatt 2)
- (d) Die Gleichung $x^2 = 2$ hat genau eine Lösung in \mathbb{R}^+ und diese liegt in $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Man beweise mit vollständiger Induktion die *Cauchy-Schwarz'sche Ungleichung*:
Seien $n \in \mathbb{N}$ und $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n \in \mathbb{R}$. Dann gilt:

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k \leq \left(\sum_{k=1}^n a_k^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(\sum_{k=1}^n b_k^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Sei $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Mittels vollständiger Induktion folgere man aus den Körperaxiomen, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\left(\frac{1}{b} \right)^n = \frac{1}{b^n}.$$

Erstsemester-Hütte

Bald ist es endlich soweit und es geht auf die Erstihütte. Alles was ihr dazu wissen müsst, erfahrt ihr hier:

Wann geht's los???

Am Freitag, den **01.12.** und zurück kommen wir am Sonntag, den 03.12.

Wo geht es eigentlich hin???

Wir fahren ins Dekan-Strohmeier-Haus im Münstertal im Schwarzwald

Was tut man eigentlich auf so einer Hütte???

Sich entspannen, MitstudentenInnen kennenlernen, an lustigen Workshops teilnehmen, Spielchen spielen, lecker essen, ...

Und was kostet das???

25 Euro, die bei der Anmeldung mitzubringen sind!

Was für eine Anmeldung???

Am Montag, den 06. November, könnt ihr euch nach der Vorlesung **um 10.00 vor der Mathe-Fachschaft** verbindlich anmelden. Bitte **bringt die 25 Euro mit**, nur dann bekommt ihr einen sicheren Platz, denn die Teilnehmerzahl ist beschränkt.

Die 25 € sind **nicht kostendeckend**, das heißt, wenn ihr doch nicht kommt, bitte unbedingt bei uns abmelden.

Bitte teilt uns bei der Anmeldung mit, ob ihr mit dem Auto auf die Hütte fahren könnt. Ihr könnt euch auch bereits überlegen, ob ihr eventuell Lust habt zu wandern.

Und mein Mathe-Zettel???

Die Erfahrung hat gezeigt, dass dafür immer genug Zeit blieb und da noch viele ältere MathestudentInnen mitfahren, könnt ihr bestimmt auch den einen oder anderen Tipp bekommen...

Wenn ihr noch Fragen habt, dann mailt uns an erstihuette@googlemail.com

Barbara, Ian, Jens, Maximilian und die Mathefachschaft