

Praktische Übung zur Vorlesung
**Einführung in Theorie und Numerik Partieller
Differentialgleichungen**

WS 2019/20 — Blatt 3

Abgabe: 4.12.2019, via Email an den Tutor.

Aufgabe 1 (Triangulierungen) (5 Punkte)

Laden Sie die beiden Matlab-Codes von der Homepage herunter und bearbeiten Sie folgende Aufgaben.

- Kommentieren Sie zunächst die Funktionsweise der Funktion **redrefine.m**.
- Erzeugen Sie mit der obigen Funktion Triangulierungen der Gebiete $\Omega_1 = [0, 1]^2$ und $\Omega_2 = \Omega_1 \setminus [0.5, 1]^2$ für $red = 4, 5$, indem Sie den Code **triang.m** geeignet anpassen. Wählen Sie auch geeignete Randdaten.
- Eine weitere Möglichkeit eine Triangulierung zu erzeugen ist mittels einer sogenannten Delauny-Triangulierung. Recherchieren Sie zunächst die Funktionsweise einer solchen Triangulierung und kommentieren Sie diese.
- Schreiben Sie eine Funktion, welche eine Delauny-Triangulierung der Einheitskreisscheibe

$$K = \{r \cos(s) + r \sin(s) \mid r \in [0, 1], s \in [0, 2\pi]\}$$

berechnet. Diese sollte auch die Randwerte berücksichtigen. Visualisieren Sie Ihre Ergebnisse.

Aufgabe 2 (Interpolationsfehler) (5 Punkte)

Es sei $u = \sin(\pi x) \sin(\pi y)$. Die Lagrange-Interpolierende $I_h u$ einer stetigen Funktion u ist mit Hilfe der linearen Basisfunktionen ϕ_j , mit $\phi_j(p_i) = \delta_{ij}$, und den Gitterpunkten p_i gegeben durch die Vorschrift

$$I_h u = \sum_{i=1}^M \phi_i(x) u_i, \quad \text{mit } u_i = u(p_i).$$

Die Werte von $I_h u$ und u stimmen also an den Gitterpunkten p_i überein. Bestimmen sie den $L^2(\Omega)$ -Fehler

$$\|u - I_h\|_{L^2(\Omega)} = \left(\int_{\Omega} |u - I_h|^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Implementieren Sie dazu Methoden oder Funktionen die:

- Das Volumen eines Dreiecks der Triangulierung berechnen.
- Den Schwerpunkt eines Dreiecks berechnen.
- Den Mittelwert der Funktion u auf einem Dreieck berechnen.