Prof. Dr. M. Růžička
M.Sc. S. Wolff-Vorbeck

14. Januar 2020

Praktische Übung zur Vorlesung

Einführung in Theorie und Numerik Partieller Differentialgleichungen

WS 2019/20 — Blatt 6

Abgabe: 29.1.2019, via Email an den Tutor.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Eine Lösung des Laplace Problems

$$\Delta u = 0$$

in kartesischen Koordinaten ist gegeben durch

$$u^*(x,y) = \frac{2(y+1)}{(x+3)^2 + (1+y)^2}.$$

(a) Berechnen Sie die Finite Elemente Approximation des Problems

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0 \text{ in } \Omega_2, \\ u &= u^* \text{ auf } \partial\Omega_2, \end{aligned}$$

mit $\Omega_2 = [-1,1]^2 \setminus ([-1,0] \times [0,1])$.Visuallisieren Sie Ihre Ergebnisse. Vergleichen Sie zudem die Ergebnisse mit der exakten Lösung u^* auf Ω_2.

(b) Berechnen und visuallisieren Sie den Fehler $\|u^* - u_h\|_{H^1(\Omega)}$ für $red = 2, 3, ..., 8$. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Es sei $\Omega = [-1,1]^2$. Betrachten Sie das Randwertproblem

$$\begin{aligned} u - \Delta u &= f \quad \text{in} \quad \Omega, \\ u &= u_D \quad \text{auf} \quad \Omega, \end{aligned}$$

Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung der schwachen Lösung des obigen Systems, indem Sie die Aufgaben 1 bzw. 3 von Blatt 5 geeignet kombinieren. Testen Sie Ihr Programm mit $f = x^2 - y^2$ und $u_D = x^2 - y^2$.