



Praktische Übungen zu Numerik I

Projekt 4 – 28.11.2022

Abgabe: per E-Mail bis Freitag, den 09.12.2022, 10:00 Uhr

Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/agsa/lehre/ws22/num>

Projekt 1 (4+2 Punkte).

- (a) Schreiben Sie ein Programm zur Berechnung der QR -Zerlegung mittels Householder Transformationen einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit $m \geq n$ und A habe vollen Rang.
(b) Verwenden Sie Aufgabenteil (a) zur Lösung des Linearen Ausgleichproblems

$$\text{Minimiere } x \mapsto \|b - Ax\|_2^2$$

Projekt 2 (3+3 Punkte). Im Folgenden wollen wir die Ausgleichsrechnung zur Glättung von Messwerten anhand von Polynomen verwenden. Dazu bezeichne m die Anzahl der gegebenen Messpunkte (x_i, y_i) für $i = 1, \dots, m$ und n den Grad des approximierenden Polynoms. Gesucht ist also ein Polynom f vom Grad n so, dass folgender Term minimiert wird

$$\sum_{i=1}^m (f(x_i) - y_i)^2.$$

- (a) Schreiben Sie ein Programm, dass für gegebene Messpunkte (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$, und einen Polynomgrad n die Systemmatrix $A \in \mathbb{R}^{m \times (n+1)}$ und den Vektor $b \in \mathbb{R}^m$ des Ausgleichproblems bestimmt.

Hinweis: Wenn $f(x) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x^1 + \dots + \alpha_n \cdot x^n$, dann muss die Matrix A folgende Gleichung erfüllen

$$Ax = A \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_m) \end{pmatrix}$$

- (b) Geben seien folgende Messpunkte

i	1	2	3	4	5	6	7
x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2.0	2.5	2.5	3.4	3.7	6.6	3

Bestimmen Sie für die Grade $n = 0, \dots, 6$ jeweils das approximierende Polynom und plotten Sie das Ergebnis. Verwenden Sie Projekt 1 zum Lösen des Ausgleichproblems. Sie können alternativ auch die Matlab-Funktion `lsqr` bzw. die Python-Funktion `numpy.linalg.lstsq` zum Lösen des Ausgleichproblems verwenden.