



## Praktische Übungen zu Numerik I

Projekt 6 – 09.01.2023

Abgabe: per E-Mail bis Freitag, den 20.01.2023, 10:00 Uhr

---

### Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/agsa/lehre/ws22/num>

**Projekt 1** (6 Punkte). Die folgende Aufgabe greift dem Vorlesungsinhalt etwas vor. Wir wollen nun **alle** Eigenwerte einer Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mit Hilfe des *QR-Verfahrens* berechnen. Der entsprechende Algorithmus ist unten aufgeführt.

---

#### Algorithm 1: QR-Verfahren (naiv)

---

```
Setze  $A_0 = A$ .  
for  $k = 0, 1, 2, \dots$  do  
    Berechne QR-Zerlegung  $A_k = Q_k R_k$ .  
    Setze  $A_{k+1} = R_k Q_k$ .  
    Falls  $\|A_{k+1} - A_k\|_2 \leq \varepsilon_{\text{stop}}$ : STOP.  
end
```

---

Grob gesprochen: falls  $A$  diagonalisierbar ist (mit reellen EWe  $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n| > 0$ ), so approximiert  $\text{diag}(A_k)$  diese EWe.

Implementieren Sie das Verfahren und testen Sie es für die Matrix  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

Verwenden Sie für die *QR*-Zerlegung **keine** externen Bibliotheken.

Berechnen Sie das Verfahren nach 20 Iterationsschritten ab.

*Hinweis:* Zum Überprüfen der EWe können Sie die Funktionen `numpy.linalg.eig` (Python) bzw. `eig` (Matlab) verwenden.

**Projekt 2** (6 Punkte). Bearbeiten und implementieren Sie *Anwendung 8.1* im Buch 'Numerik 3x9' auf Seite 61.