ALBERT-LUDWIGS-UNIVERSITÄT FREIBURG
PROF. AMADOR MARTIN-PIZARRO
DR. KEITH ANGUIGE SOMMERSEMESTER 2018

Lineare Algebra II
Blatt 3
Abgabe: 9. Mai 2018

Aufgabe 1 (4 Punkte)**.** Sei V ein Vektorraum der Dimension n über einem Körper $\mathbb{K}$ und betrachte einen Unterraum $U \subset V$ mit Basis $\{u_1, \ldots, u_r\}$. Sei $p : V \to V/U$ die Quotientenabbildung von V nach dem Quotientenraum V/U.
Gegeben sei eine Basis $\{\bar{v}_{r+1}, \ldots, \bar{v}_n\}$ von V/U, und seien $v_{r+1}, \ldots, v_n$ Elemente in V derart, dass $p(v_i) = \bar{v}_i$ für $r+1 \leq i \leq n$.
Zeige, dass die Vektoren $u_1, \ldots, u_r, v_{r+1}, \ldots, v_n$ eine Basis von V bilden.

Aufgabe 2 (8 Punkte)**.** Sei A die folgende 4×4-Matrix über $\mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) Berechne das charakteristische Polynom $\chi_A(T)$ und seine Nullstellen.
(2) Bestimme die geometrische Vielfachheit der Eigenräume von A.
(3) Gib ein maximales linear unabhängiges System von Eigenvektoren an.
(4) Ist A diagonalisierbar?

Aufgabe 3 (4 Punkte)**.** Sei n eine natürliche Zahl und A eine $(2n+1) \times (2n+1)$-Matrix über $\mathbb{R}$. Zeige, dass A mindestens einen Eigenvektor besitzt.

HINWEIS:
- Was ist der Grad vom charakteristichen Polynom $\chi_A(T)$?
- Polynome sind stetige Abbildungen.

Aufgabe 4 (4 Punkte)**.**
(1) Berechne das charakteristische Polynom der 3×3-Matrix über $\mathbb{Q}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(2) Besitzt A einen Eigenvektor?

Abgabe der Übungsblätter in den (mit den Nummern der Übungsgruppen gekennzeichneten) Fächern im UG der Eckerstraße 1. Die Übungsblätter müssen bis 18:00 Uhr am jeweils angegebenen Abgabedatum eingeworfen werden.