

**Lineare Algebra II**  
Kurzfassung des Inhalts

- **Ringe und Körper**
  - Ringe, Integritätsbereiche, Körper und Charakteristik.
  - Polynomringe, Grad, Division mit Rest.
  - Vielfachheit einer Nullstelle eines Polynoms. Algebraisch abgeschlossene Körper, Zerlegung eines Polynoms in lineare Faktoren.
  
- **Vektorräume und Matrizen**
  - Vektorräume und Unterräume. Linear Unabhängigkeit. Basis und Dimension.
  - Lineare Abbildungen und Matrixdarstellung bezüglich einer Basis.
  - Reguläre Matrizen und Rang einer Matrix. Lösungen von Gleichungssystemen.
  - Determinante einer Matrix. Laplacescher Entwicklungssatz. Adjunkte einer Matrix.
  
- **Diagonalisierbarkeit**
  - Eigenvektoren, -werte und -räume. Geometrische und algebraische Vielfachheit eines Eigenwertes.
  - Charakteristisches Polynom einer Matrix, bzw. eines Endomorphismus. Spur einer Matrix.
  - Trigonalisierbarkeit.
  - Satz von Cayley-Hamilton. Minimalpolynom eines Endomorphismus. Diagonalisierbarkeitkriterien und Minimalpolynom.
  
- **Jordansche Normalform**
  - Haupträume und Zerlegung.
  - Nilpotente Endomorphismen und Index. Zerlegung von Jordan-Chevalley.
  - Zyklische Unterräume und Jordanblöcke.
  - Adaptierte Basen und Darstellung als Blockmatrix.
  
- **Dualität**
  - Dualräume, duale Basen und duale Abbildungen.
  - Bilinearformen und duale Paarungen.
  - Nicht-ausgeartete Bilinearformen. Orthogonales Komplement eines Unterraumes.
  - Adjungierter Endomorphismus.
  
- **Euklidische Räume**
  - Positiv definite Bilinearformen. Diagonalisierung einer symmetrischen Bilinearform. Signatur einer reellen Matrix.
  - Skalarprodukte und normierte Räume. Cauchy-Schwarz'sche Ungleichung.
  - Orthogonalität. Winkel zwischen zwei Vektoren. Satz von Pythagoras.

- **Unitäre Räume**

- Sesquilineare hermitesche Formen. Orthonormalbasen.
- Gram-Schmidt'sches Orthonormalisierungsverfahren.
- Orthogonale Projektion auf einen Unterraum.
- Existenz von adjungierten Endomorphismen.

- **Hauptachsentransformation**

- Adjungierte einer Matrix. Darstellungsmatrix des adjungierten Endomorphismus.
- Normale Endomorphismen. Eigenwerte und -vektoren normaler Endomorphismen.
- Normalität und Existenz einer ONB von Eigenvektoren.
- Selbsadjungierte Endomorphismen. Hermitesche Matrizen.
- Spektralsatz. Diagonalisierbarkeit reeller symmetrischer Matrizen.
- Positiv definite reelle symmetrische Matrizen. Satz von Sylvester.

- **Orthogonale Abbildungen**

- Charakterisierung orthogonaler Abbildungen.
- Adjungierter Endomorphismus einer orthogonalen Abbildung.
- Drehungen in der Ebene und im euklidischen Raum.

- **Exkurs: Multilineare Algebra**

- Tensorprodukt. Existenz und Eindeutigkeit.
- Beispiele von Tensorprodukten. Elemente aus dem Tensorprodukt, welche keine reinen Tensoren sind.
- Tensorisierung von Abbildung.
- Multitensoren und Assoziativität.
- Verjüngung.