



Praktische Übungen zu Numerik II

Projekt 1 – 24.04.2023

Abgabe: per E-Mail bis Freitag, den 05.05.2023, 10:00 Uhr

Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/mitarb/wolffvorbeck/lehre/ss23/num>

Projekt 1 (6 Punkte).

- Implementieren Sie das Jacobi- und das Gauß-Seidel-Verfahren.
- Testen Sie Ihre Implementierung für die Systeme (A, b_1) und (B, b_2) und plotten Sie die Fehler von x^k zur tatsächlichen Lösung x^* in der $\|\cdot\|_2$ -Norm für 10 Iterationen. Als Startvektor können Sie den Vektor benutzen, der nur aus Einsen besteht.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 11 \\ 13 \end{pmatrix},$$
$$B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 11 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

Projekt 2 (6 Punkte).

- Schreiben Sie ein Programm zur Bestimmung der Koeffizienten eines Interpolationspolynoms bezüglich der Newton-Basis für gegebene Stützstellen $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ und zugehörige y -werte y_0, \dots, y_n .
- Testen Sie Ihr Programm für die Funktionen $f(x) = \sin(\pi x)$, $g(x) = (1 + 25x^2)^{-1}$ und $h(x) = |x|$ im Intervall $[-1, 1]$ bei Verwendung von äquidistanten Stützstellen und Tschebyscheff-Knoten. Werten Sie die Interpolationspolynome an den Punkten $z_j = -1 + 2j/100$, $j = 0, 1, \dots, 100$ mit dem Horner-Schema aus und plotten Sie damit die Interpolationspolynome für $n = 1, 2, 4, 8$.

Projekt 3 ((2) Punkte). Plotten Sie den Graphen der Funktion

$$f: (0, 10^{-15}] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{(1+x) - 1}{x}$$

im *double precision* Format. Geben Sie kurze Begründungen für

- den konstanten Wert gleich 0 ganz links im Graphen
- den Sprung des Graphen von 0 auf 2
- das Verhalten der Funktion zwischen den ersten beiden Sprüngen.

Geben Sie auch den Wert des "rechtsseitigen Grenzwerts" am zweiten Sprung an und begründen Sie diesen.