



## Praktische Übungen zu Numerik II

Projekt 1 – 24.04.2023

Abgabe: per E-Mail bis Freitag, den 05.05.2023, 10:00 Uhr

---

### Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/mitarb/wolffvorbeck/lehre/ss23/num>

### Projekt 1 (6 Punkte).

- (a) Implementieren Sie das Jacobi- und das Gauß-Seidel-Verfahren.
- (b) Testen Sie Ihre Implementierung für die Systeme  $(A, b_1)$  und  $(B, b_2)$  und plotten Sie die Fehler von  $x^k$  zur tatsächlichen Lösung  $x^*$  in der  $\|\cdot\|_2$ -Norm für 10 Iterationen. Als Startvektor können Sie den Vektor benutzen, der nur aus Einsen besteht.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} 11 \\ 13 \end{pmatrix},$$
$$B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} 11 \\ 12 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

### Projekt 2 (6 Punkte).

- (a) Schreiben Sie ein Programm zur Bestimmung der Koeffizienten eines Interpolationspolynoms bezüglich der Newton-Basis für gegebene Stützstellen  $x_0 < x_1 < \dots < x_n$  und zugehörige  $y$ -werte  $y_0, \dots, y_n$ .
- (b) Testen Sie Ihr Programm für die Funktionen  $f(x) = \sin(\pi x)$ ,  $g(x) = (1 + 25x^2)^{-1}$  und  $h(x) = |x|$  im Intervall  $[-1, 1]$  bei Verwendung von äquidistanten Stützstellen und Tschebyscheff-Knoten. Werten Sie die Interpolationspolynome an den Punkten  $z_j = -1 + 2j/100$ ,  $j = 0, 1, \dots, 100$  mit dem Horner-Schema aus und plotten Sie damit die Interpolationspolynome für  $n = 1, 2, 4, 8$ .

### Projekt 3 ((2) Punkte). Plotten Sie den Graphen der Funktion

$$f: (0, 10^{-15}] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{(1+x) - 1}{x}$$

im *double precision* Format. Geben Sie kurze Begründungen für

- (i) den konstanten Wert gleich 0 ganz links im Graphen
- (ii) den Sprung des Graphen von 0 auf 2
- (iii) das Verhalten der Funktion zwischen den ersten beiden Sprüngen.

Geben Sie auch den Wert des "rechtsseitigen Grenzwerts" am zweiten Sprung an und begründen Sie diesen.