



Praktische Übungen zu Numerik II

Projekt 4 – 12.06.2023

Abgabe: per E-Mail bis Freitag, den 23.06.2023, 10:00 Uhr

Homepage zur Vorlesung:

<https://aam.uni-freiburg.de/mitarb/wolffvorbeck/lehre/ss23/num>

Projekt 1 (6 Punkte).

- Implementieren Sie das Newton- und das Sekanten-Verfahren zur Nullstellensuchen einer Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und testen Sie es mit der Funktion $f(x) = \exp(x) + x^2 - 2$, dem Startwert $x_0 \in \{-1, 0, 1\}$ und dem Abbruchkriterium $|x_{k+1} - x_k| \leq 10^{-12}$. Beenden Sie das Newton-Verfahren bei Nichterreichen des Abbruchkriteriums mit 100 Iterationen. Vergleichen Sie die Iterationszahlen sowie die Anzahl der von Schritt zu Schritt beibehaltenen Nachkommastellen.
- Realisieren Sie die Nullstellenbestimmung von f durch ein Gradientenverfahren für die Funktion $g(x) = |f(x)|^2$ und vergleichen Sie die Konvergenzgeschwindigkeit mit der des Newton-Verfahrens.

Projekt 2 (2+4 Punkte). In dieser Aufgabe wollen wir das Minimum der Rosenbrock-Funktion finden unter Nebenbedingungen:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x) := 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

$$\text{mit: } x_1^2 + x_2^2 - 2 = 0.$$

- Bestimmen Sie die KKT-Bedingungen des Systems (wie im Fall der Nullstellensuche einer nichtlinearen Funktion). Wenden Sie dann das Newton-Verfahren an und bestimmen Sie die Abstiegsrichtung.
- Finden Sie die Lösung des Optimierungsproblems unter Nebenbedingungen indem Sie einen einfachen SQP-Algorithmus implementieren:
ausgehend von dem Startvektor $(x_1^0, x_2^0, \sigma^0) = (2.5, 5, 1)$, lösen Sie das quadratische Programm mit aktuellem Iterationspunkt (x_1^k, x_2^k, σ^k) und Update $x^{k+1} = x^k + d^k$.
Vergleichen Sie die Ergebnisse auch mit dem Startvektor $(x_1^0, x_2^0, \sigma^0) = (0.75, 5, 1)$.
Was beobachten Sie?