



Einführung in die Programmierung für Studierende der Naturwissenschaften

Blatt 8– 24.06.2019

Abgabe: Briefkästen RZ/E-Mail bis Montag, den 01.07.2019, 16:00 Uhr

Aufgabe 1 (2+2+1 Punkte). (i) Berechnen Sie per Hand das Matrix-Vektor-Produkt $A \cdot v$ sowie das Matrix-Matrix-Produkt $A \cdot B$ der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & 6 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Zur Erinnerung: der Eintrag c_{ij} des Produktes $A \cdot B$ in Zeile i und Spalte j ist gerade gegeben durch

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}.$$

Geben Sie den Rechenaufwand der beiden Rechnungen an.

(ii) Bestimmen Sie nun den Rechenaufwand für die obigen Multiplikationen mit beliebigen Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sowie $v \in \mathbb{R}^n$ in Abhängigkeit der Dimension n .

(iii) Welcher Rechenaufwand ergibt sich für die beiden Multiplikationen, wenn $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tridiagonale Matrizen sind, d.h. Nichtnulleinträge nur auf der Diagonalen sowie den beiden Nebendiagonalen auftreten und bei Multiplikation mit Null kein Rechenaufwand entsteht.

Aufgabe 2 (3+2 Punkte). Das Spiel Schere-Stein-Papier funktioniert bekannterweise nach dem Prinzip, dass zwei Parteien gegeneinander antreten und jeweils gleichzeitig eine der drei Möglichkeiten auswählen. Dabei gewinnt Stein gegen Schere, Schere gegen Papier und Papier gegen Stein. Bei gleicher Wahl endet das Spiel mit Unentschieden.

(i) Schreiben Sie per Hand einen Pseudo-Code, zur Auswertung eines Spielergebnisses. Identifizieren Sie dabei eine Wahl mit der Stelle, an welcher die jeweilige Wahl im Vektor {Schere, Stein, Papier} auftritt. Nutzen Sie dadurch nur drei Fallunterscheidungen.

(ii) Angenommen der Gegner ist ein Computer, welcher zufällig aber mit gleicher Wahrscheinlichkeit ganze Zahlen aus $\{0, 1, 2\}$ wählt. Wie könnte diese Wahl des Computers verbessert werden, sodass dieser einen Strategiewechsel vollzieht, sofern Sie bestimmte Möglichkeiten häufiger wählen, d.h. Sie beispielsweise sehr oft Schere spielen.

Aufgabe 3 (5 Punkte). Die Fibonacci-Folge ist eine Folge natürlicher Zahlen, welche nach dem Mathematiker Leonardo Fibonacci benannt ist, der damit im Jahr 1202 das Wachstum einer isolierten Kaninchenpopulation beschrieb. Er ging davon aus, dass jedes Kaninchenpaar pro Monat ein neues Paar Kaninchen wirft. Außerdem nahm er an, dass neugeborene Paare erst in ihrem zweiten Lebensmonat selbst Nachwuchs bekommen. Beginnend mit einem einzigen neugeborenen Paar, bilden die Anzahlen der Kaninchenpaare in jedem Monat die Fibonacci-Zahlen:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 . . .

Die zwei ersten Glieder f_1, f_2 der Fibonacci-Folge sind jeweils 1. Alle weiteren Folgenglieder f_n ergeben sich als Summe ihrer beiden Vorgänger, das heißt es gilt die Regel $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$.

Schreiben Sie ein Programm, welches eine natürliche Zahl $n \geq 1$ einliest und das n -te Folgenglied f_n der Fibonacci-Folge berechnet. Implementieren Sie die Berechnung dabei auf zwei Arten: Als Funktion `int fibonacci_iterativ(int n)`, welche das n -te Folgenglied iterativ mit Hilfe einer Schleife berechnet und als rekursive Funktion `int fibonacci_rekursiv(int n)`.

Testen Sie die Laufzeit Ihres Programms, indem Sie es mit vorangestelltem `time`-Befehl wie folgt aufrufen:

```
$ time ./programmname
```

Vergleichen Sie so die benötigte Zeit jeweils für die iterative und rekursive Berechnung der Folgenglieder $f_{41}, f_{42}, \dots, f_{46}$.

Aufgabe 4 (4+1 Punkte). (i) Implementieren Sie das Schere-Stein-Papier Spiel aus Aufgabe 2 in C++, sodass Sie gegen einen Computergegner antreten. Die Wahl des Computers soll dabei durch eine zufällig aber mit gleicher Wahrscheinlichkeit ausgewählte ganze Zahl aus $\{0, 1, 2\}$ geschehen.

(ii) Erweitern Sie Ihr Programm, sodass der Computer gegebenenfalls einen Strategiewechsel, wie in Aufgabe 2 (ii), vollzieht.

Bonusaufgabe (5 Bonuspunkte). Realisieren Sie das NOR-Gatter aus Aufgabe 2 von Blatt 6 in einem der kommenden Tutorate als Schaltung auf einer Steckplatine. Stellen Sie die Schaltung Ihrem Tutor vor.

Hinweis: Zum Ausprobieren können Sie auch den Online-Schaltungssimulator unter

<http://www.falstad.com/circuit/circuitjs.html>

verwenden.